VREMENSKA SERIJA GUBITAKA ELEKTRIČNE ENERGIJE PD „JUGOISTOK“ NIŠ

J.V.SPIRIĆ, Leskovac, Srbija
J.J.Spirić, Leskovac,Srbija

UVOD

Niz vrednosti neke veličine ili obeležja sa vremenskim redosledom predstavlja vremensku seriju. U ovom radu se razmatra vremenska serija gubitaka električne energije. To je statistička serija sa nizom uredjenih podataka po hronologiji. Analiza serije omogućava da se uoče neke karakteristike pojave koja se posmatra ili pronadju neke pravilnosti koje je odlikuju, a naročito one koje se odnose na buduće vrednosti posmatrane pojave sa što manjom greškom prognoze [1]. Obradjuju se ukupni godišnji procentualni gubici u distributivnom sistemu PD „Jugoistok“ Niš. Njihove vrednosti su veće od gubitaka koji se pojavljuju u zvaničnim podacima Elektroprivrede Srbije, jer se kod njihovog računanja ne uzima u obzir prodaja električne energije kupcima na 110 kV mestima prodaje. Gubici u distributivnom sistemu su stvarni gubici i objektivan su parametar kvaliteta procesa distribuiranja električne energije.

Posmatraju se ukupni procentualni gubici, kao zbir tehničkih i netehničkih gubitaka. Vrednost netehničkih gubitaka je dostigla vrednost procenjene vrednosti tehničkih gubitaka, a proces promene odnosa tehničkih i netehničkih gubitaka još uvek nije dovoljno jasan.

Prema [2] do raspada Jugoslavije, na nivou Elektroprivrede Srbije ukupni relativni gubici (izraženi u procentima) su iznosili 9,7%, kao rezultat zbira tehničkih od 8,5% i netehničkih od 1,2%. Netehnički su tada iznosili svega 14,1% od tehničkih gubitaka.

Prethodna poređenja su jak razlog da se uđe u analizu gubitaka električne energije sa teorijskim analizama koje se koriste u statističkoj analizi vremenskih serija. Dalja statistička analiza je urađena na osnovu godišnjih podataka gubitaka od 1994. godine do 2011.godine i mesečnih podataka od 2003. godine do 2011. godine. Smatraće se da je obrada podataka o gubicima bila vršena na isti način u svim delovima razmatranog perioda, te da će podaci biti uporedivi kroz vreme i da će pouzdano odražavati pravu prirodu kretanja analiziranih gubitaka.

VREMENSKA SERIJA GUBITAKA ELEKTRIČNE ENERGIJE

Statistička analiza neke pojave u vremenu sprovodi se na osnovu konzistentnog vremenskog niza ili serije, čiji članovi tu pojavu kvantifikuju. Za meru vremena kao nezavisno promenljive veličine koristiće se jedna godina. Članovi vremenske serije su relativni ukupni procentualni gubici električne energije zabeleženi u posmatranim godinama.

J. Spirić, ul. Ilije Strele 6/27, 16000 Leskovac, josif.vspiric@gmail.com

Svaka vremenska serija sadrži po pravilu tipične komponente: trend T, ciklični uticaj C, sezonski uticaj S i slučajnu komponentu u.
Trend komponenta T je po pravilu sistematska komponenta dugoročne tendencije razvoja pojave u vremenu. Trend se može uočiti na bar deset godina ili nešto kraćoj vremenskoj seriji [9]. Uzrokovan je postojanim faktorima kao što su tehnički gubici, odgovarajuće investiranje i održavanje, struktura potrošnje, adekvatna kontrola mernih mesta i drugo.

Ciklične promene gubitaka imaju se ako se mogu uočiti njihova ciklična povećanja i smanjenja. Prisustvo cikličnih kolebanja je moguće statistički utvrditi na osnovu vremenske serije sa dovoljnim brojem ciklusa.

Sezonski uticaji, kao rezultat dejstva sezonskih faktora (letnji i zimski period), kod usvojenog prikaza vremenskog niza gubitaka za svaku godinu, neće se uzimati u obzir, jer se njihovo dejstvo obuhvata godišnjom vrednošću gubitaka.

Slučajna komponenta nije sistematska i ukazuje na neregularne promene. Ona se može shvatiti kao niz sa nultom srednjom vrednošću i konačnom disperzijom, odnosno niz koji ne karakteriše neka pravilnost. U Tabeli 1. date su procentualne vrednosti gubitaka u PD „Jugoistok“ Niš po godinama.

TABELA 1 – Vremenska serija procentualnih gubitaka u distributivnom sistemu PD „Jugoistok“ Niš od 1994. do 2011. godine

t	*Godina*	*% gubitaka*	*t*	*Godina*	*% gubitaka*	*t*	*Godina*	*% gubitaka*
1	1994.	11,33	7	2000.	16,11	13	2006.	17,88
2	1995.	11,18	8	2001.	17,96	14	2007.	18,69
3	1996.	11,96	9	2002.	17,18	15	2008.	19,69
4	1997.	15,07	10	2003.	17,15	16	2009.	19,07
5	1998.	14,44	11	2004.	16,71	17	2010.	18,96
6	1999.	16,72	12	2005.	17,4	18	2011.	19,96

TESTIRANJE SLUČAJNOSTI

Na početku analize svake vremenske serije potrebno je potvrditi hipotezu o slučajnosti njenih članova, odnosno o nizu slučajnih veličina $Y_1, Y_2, Y_3, ..., Y_{n-1}, Y_n$, koje su međusobno nezavisne i sve imaju istu raspodelu verovatnoće.

Analiza slučajnosti vremenske serije vrši se testiranjem nulte hipoteze o slučajnosti koja se označava sa H_0. Nasuprot ovoj hipotezi stoji alternativna hipoteza H_1 da u vremenskom nizu postoji trend ili ciklična komponenta.

Koristi se veći broj testova. Osnovno svojstvo im je da su manje ili više osetljivi na određene alternativne hipoteze. Treba proveriti (ne)slučajnost članova vremenske serije pomoću većeg broja testova.

Daje se prezentacija TESTA KVADRATA UZASTOPNIH RAZLIKA. Ovaj test se zasniva na statistici:

$$R = \frac{\Delta^2}{2\tilde{S}^2}, \tag{1}$$

gde su:

$$\Delta^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1} - X_i)^2, \tag{2}$$

i

$$\tilde{S}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2. \tag{3}$$

Statistika R ima očekivanje:

$$E(R) = 1 \tag{4}$$

i disperziju:

$$D(R) = \frac{n-2}{n^2 - 1} \tag{5}$$

Standardizovanjem R dobija se, za dovoljno veliki obim uzorka, približno $N(0,1)$ raspodela:

$$R^* = \frac{R - E(R)}{\sqrt{D(R)}}, \tag{6}$$

pa se za testiranje nulte hipoteze o slučajnosti članova niza koristi tablica normalne raspodele sa kritičnom oblašću $\left|R^*\right| \geq z_{\alpha/2} = 1{,}96$, gde je α nivo značajnosti testa.

Za analiziranu seriju, za α = 0,05 dobija se $\left|R^*\right| = 2{,}69 > z_{\alpha/2} = 1{,}96$, a to znači da se niz ne može smatrati slučajnim, odnosno da je potvrđena alternativna teza postojanja komponente trenda.

Isti zaključak se dobija sprovođenjem još nekih testova, kao što su: test serijskih korelacija [5], Bartelsov i Kendalov test.

ZAKON RASPODELE GUBITAKA KAO SLUČAJNO PROMENLJIVE VELIČINE

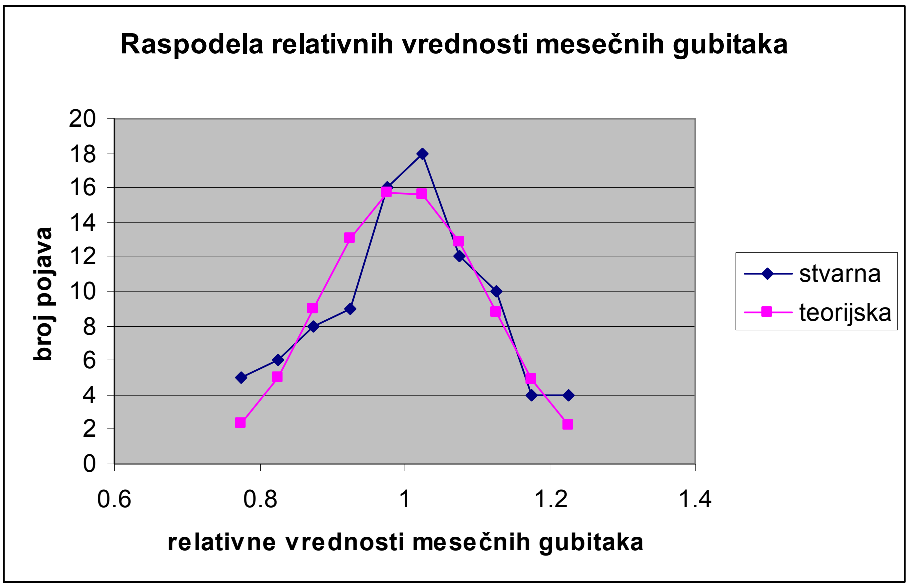
U opštem slučaju, vrednosti aktivnih, reaktivnih opterećenja i napona na elementima distributivne mreže neprekidno se menjaju u vremenu, a te promene su rezultat dejstva niza faktora, od kojih su mnogi slučajnog karaktera.

Mnoge slučajno promenljive veličine u elektroenergetici raspodeljuju se po zakonu normalne raspodele. Prema centralnoj graničnoj teoremi, posmatrana slučajna promenljiva ima normalnu raspodelu, ako na nju utiče više faktora sa svojstvom nezavisne (ili slabo zavisne) promenljive veličine, koji se takođe raspodeljuju po normalnoj raspodeli [6]. Ovaj stav se može proširiti pod određenim uslovima i na veliki broj n faktora odnosno slučajno promenljivih, raspoređenih po bilo kom zakonu raspodele i bez ograničenja u pogledu zavisnosti nekog od faktora i posmatrane slučajne promenljive [7].

Na osnovu prethodnog, može se pretpostaviti da se i gubici energije kao prateće pojava procesa distribucije električne energije raspodeljuju po normalnoj raspodeli.

Zbog provere ove pretpostavke, izvršena je analiza raspodele gubitaka na području privrednog društva. Autor je koristio raspoložive podatke u mesečnim gubicima u periodu od 2003. do 2010. godine. Svi podaci o mesečnim gubicima su upoređeni sa prosečnim vrednostima. Tako je formirano 10 klasa čije sredine označavaju 0,775, 0,825, 0,875, 0,925, 0,975, 1,025, 1,075, 1,125, 1,175 i 1,225 od prosečnih gubitaka. Na taj način je formirano 8×12=96 vrednosti relativnih gubitaka za mesečne gubitke. Na slici 1 data je raspodela relativnih vrednosti mesečnih gubitaka za distributivni sistem PD „Jugoistok“ Niš. Na istoj slici se vidi i teorijska normalna raspodela koja odgovara matematičkom očekivanju i disperziji raspoloživog statističkog materijala. Na osnovu sprovedenog χ^2 testa sa rizikom prihvatanja hipoteze od α = 0,05, potvrđena je hipoteza o normalnoj raspodeli relativnih mesečnih gubitaka sa rezultatom $\chi^2_{0,05} = 6{,}62 < \chi^2_{0,05,dozv} = 11{,}07$.

Na isti način je proverena i raspodela relativnih kumulativnih mesečnih gubitaka. Proverom pomoću χ^2 testa nije dokazana normalnost ove raspodele. Ipak, za dovoljan broj vrednosti, na primeru populacije koju sačinjava ukupan distributivni sistem Srbije, dokazuje se da se i relativne kumulativne mesečne vrednosti raspodeljuju prema normalnoj raspodeli.



Sl.1 – Raspodela relativnih vrednosti mesečnih gubitaka

SLUČAJNI PROCESI I STACIONARNOST

Do pojma slučajnog procesa se dolazi proširenjem pojma slučajno promenljive tako što se svakom mogućem ishodu s_i neke pojave ili eksperimenta, umesto broja, pridruži odgovarajuća vremenska funkcija $Y(t,s_i)$ [8]. Slučajni proces $Y(t,s)$ definiše se kao funkcija koja preslikava prostor događaja S u familiju vremenskih funkcija. Skup svih mogućih vremenskih funkcija naziva se ansambl, a pojedine vremenske funkcije su članovi ansambla ili realizacije slučajnog procesa. Nadalje će se slučajni proces označavati sa $Y(t)$, a realizacija koja odgovara i-tom ishodu s_i sa $Y_i(t)$.

Gubici električne energije su proces koji se odvija tokom distribuiranja električne energije. Taj proces je rezultat dejstva mnogo faktora i može se smatrati slučajnim procesom. Obzirom da je kod kvantifikovanja, bilo apsolutnih, bilo relativnih procentualnih gubitaka, mera vremena diskretna, za ovakav slučajni proces se koristi termin slučajni niz, vremenski niz ili vremenska serija.

S obzirom na prirodu posmatrane vremenske serije, analiza stacionarnosti će se svoditi na analizu slabostacionarnih procesa ($Y(t)$, $t \in T$) sa konačnim momentima drugog reda uz dva uslova:

1. Prosečna vrednost amplituda realizacija ansambla u istom trenutku vremena t, tj. očekivana vrednost procesa $E[Y(t)]$ ima stalnu vrednost m na skupu $t \in T$:

$$E[Y(t)] = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i(t) = m(t) = m = const\ ; \tag{7}$$

2. Korelaciona funkcija $K(t_1,t_2)$ mora biti funkcija razlike argumenata:

$$K(t_1,t_2) = E[Y(t_1) - m(t_1)] \cdot E[Y(t_2) - m(t_2)] = B(t_2 - t_1)\ . \tag{8}$$

Korelaciona funkcija je mera sličnosti amplituda slučajnog procesa u trenucima t_1 i t_2, a samim tim daje informaciju da li se proces menja brzo ili sporo.

Slučajni proces stvaranja gubitaka treba svesti na slučajni niz i onda ga dalje proučavati. Ovakav proces ima samo jednu realizaciju u posmatranim trenucima vremena kao nezavisno promenljive, odnosno samo po jednu vrednost gubitaka na kraju svake od posmatranih godina. U ovim situacijama, zbog samo jednog člana ansambla, odnosno jedne realizacije procesa nastanka gubitaka, matematičko očekivanje gubitaka po presecima procesa (krajevima nekih od godina vremenske serije) svodi se na odgovarajuću jednu fiksnu vrednost niza. Tada se kriva matematičkog očekivanja gubitaka dobija spajanjem odgovarajućih vrednosti iz vremenske serije, poštujući pritom njen redosled.

Za n vrednosti poznate realizacije vremenskog niza $\{Y_t\}$: $Y_1, Y_2, ..., Y_n$, imaće se ocena srednje vrednosti:

$$\overline{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i = m \,. \tag{9}$$

U posmatranoj vremenskoj seriji, nezavisno promenljiva t dobija vrednosti iz skupa celih brojeva ili $t \in \{1, 2, ..., n\}$. Tada je $t_2 = t_1 + k$, gde je $0 \le k \le n$, pa korelaciona funkcija dobija oblik:

$$K(t, t+k) = \frac{1}{n-k}\sum_{t=1}^{k}(Y_t - m)(Y_{t+k} - m) = \varphi(k) \,. \tag{10}$$

Uslov (10) o stalnosti matematičkog očekivanja duž vremenske serije nije zadovoljen za posmatranu seriju imajući u vidu rastuću tendenciju vrednosti članova serije počev od 1994. godine, pa do 2011. godine.

Nakon provere vrednosti autokorelacione funkcije $K(t,t+k)$ za vrednosti k = 1, 2, 3, 4 (smatra se da najveća vrednost k treba da bude manja od $n/4$) [9], dolazi se do zaključka da je uslov (8) zadovoljen. Pošto jedan od dva potrebna uslova nije ispunjen, sledi konstatacija da kompletna vremenska serija gubitaka nije slabo stacionarna, odnosno da je nestacionarna.

PROVERA CIKLIČNOSTI VREMENSKE SERIJE

Pojava naizmeničnih smenjivanja višegodišnjeg odstupanja posmatrane pojave (gubitaka) iznad, sa višegodišnjim odstupanjem ispod prosečnih vrednosti pojave, naziva se cikličnom varijacijom. Kod cikličnih varijacija se ne menja samo dužina (trajanje) ciklusa, već i intenzitet odstupanja.

Kako zbog razvoja same pojave koja se analizira, tako i zbog eventualne potrebe njenog predviđanja, potrebno je ispitati da li u vremenskoj seriji ima cikličnih varijacija.

Ako je u seriji $Y_1, Y_2, ..., Y_n$, neprekidnog obeležja Y, vrednost Y_j veća od oba suseda Y_{j-1} i Y_{j+1}, onda je Y_j pik (vrh, lokalni maksimum). Ako je vrednost Y_j manja od oba svoja suseda Y_{j-1} i Y_{j+1}, onda je Y_j dolina (dno, lokalni minimum). Zajednički naziv za pikove i doline je tačke zaokreta.

Faza je interval između dveju susednih tačaka zaokreta. Njihova dužina može biti $l = 1,2,...,n-3$. Faza je rastuća ako se ide od manje ka većoj vrednosti ili opadajuća, ako se ide od veće ka manjoj vrednosti. Matematičko očekivanje broja faza je [3]:

$$E(F) \approx \frac{2n-7}{3} \,. \tag{11}$$

Za posmatranu vremensku seriju je $E(F)$ = 9,67, dok je njena realna vrednost F = 8.

Prisustvo cikličnih varijacija utvrđuje se pomoću testa njihove značajnosti. Testiranjem se upoređuje empirijski broj faza dužine jedne, dve ili više godina sa njihovim matematički očekivanim (teorijskim) brojem. Ovaj test ima smisla samo za serije koje imaju 12 i više članova. Mora se sprovesti modifikovani χ^2 test, jer primena nemodifikovanog nije dozvoljena, zbog toga što dužine faza nisu nezavisne. Zato se koristi postupak koji su promovisali *Wallis* i *Moore* [3], a koji podrazumeva razbijanje faza na tri grupe dužina $l = 1,2,\geq 3$ uz korišćenje kriterijuma χ^2 sa 2,5 stepena slobode što za nivo začajnosti od α = 0,05 daje prag značajnosti testa $\chi^2_{0,05} = 6{,}898$.

Uslov za potvrdu hipoteze da ciklične promene nisu prisutne u vremenskoj seriji gubitaka je:

$$\chi^2_p = \sum \frac{(f_i - f_i')^2}{f_i'} < \chi^2_{0,05} = 6{,}898 \,, \tag{12}$$

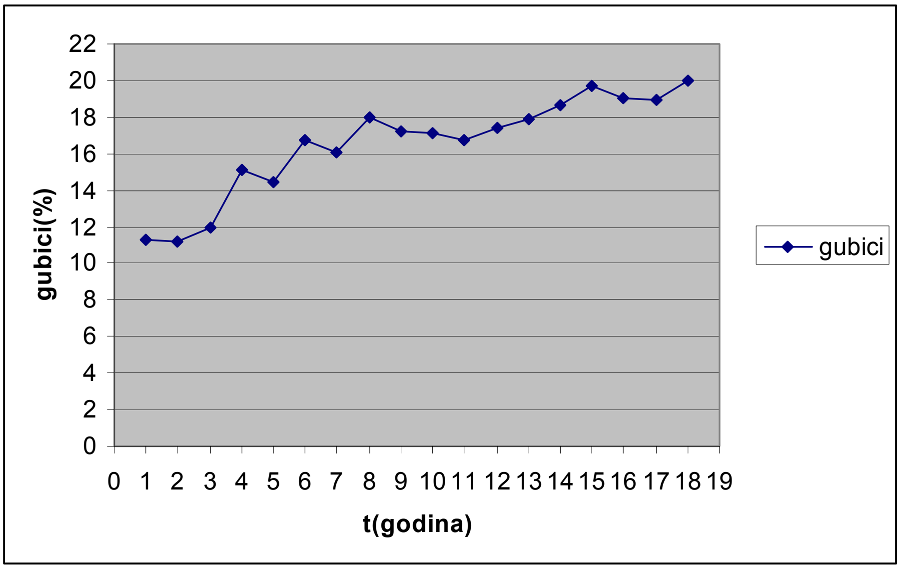
gde f_i predstavlja empirijski broj faza, a f_i' matematičko očekivanje broja faza i izračunavaju se pomoću:

$$f_1' = \frac{5(n-3)}{12}, \quad f_2' = \frac{11(n-4)}{60}, \quad f_{\geq 3}' = \frac{4n-21}{60}. \tag{13}$$

Za razmatranu vremensku seriju izračunava se $\chi_p^2 = 1{,}466 < 6{,}898$ čime se potvrđuje da vremenska serija ne sadrži cikličnu komponentu.

ANALIZA VREMENSKE SERIJE I REGRESIONI MODELI

Na slici 2 je dat linijski dijagram razmatrane vremenske serije procentualnih gubitaka.



Sl. 2 – Procentualni gubici električne energije u distributivnom sistemu PD „Jugoistok“ Niš u periodu 1994. – 2010. godine

Vremensku seriju karakteriše nekoliko značajnih perioda. Prvi, koji počinje sa 1994. godinom, a završava se sa 2001. godinom, u kome se ima stalni porast gubitaka električne energije. Prvi period karakterišu opšti razlozi, koji važe i za ostale distribucije Srbije:

- istovremeni porast potrošnje na niskom naponu i pad potrošnje u industriji, tako da odnos potrošnje na niskom i visokom naponu sa 60%:40% prelazi u odnos oko 77%:23%;
- zaostajanje u izgradnji objekata distributivne mreže.

Pad ekonomskih mogućnosti distributivnog sistema dovodi i do smanjenja obima i kvaliteta održavanja mreže i kontrole mernih uređaja što izaziva:

- značajno nepridržavanje zakonskih rokova overe mernih uređaja;
- nemogućnost da se adekvatno odgovori na povećanu krađu električne energije na mernim mestima i van njih, kao i samovlasno priključenje.

Vidljivo je sa slike 2 da se u tom periodu najveći porast javlja u 1997. godini, kada se gubici u toj godini povećavaju za čak 3,11%. Objašnjenje za to treba tražiti u povećanju gubitaka u bivšem JP „Elektrodistribucija“ Niš, koji sada predstavlja energetsku trećinu PD „Jugoistok“ Niš.

U drugom periodu koji počinje sa 2002. godinom, a završava se 2004. godine, uočava se blagi pad gubitaka. Ovaj period karakteriše donošenje odluke o Jedinstvenom operativnom programu za smanjenje gubitaka (JOP) sredinom 2003. godine.

Treći period počinje sa 2005. godinom, kao poslednjom godinom rada četiri javna preduzeća na sadašnjoj teritoriji PD „Jugoistok“ Niš, a završava se 2008. godine. Ovaj period je i period prve tri godine rada novoformiranog PD.

Četvrti period počinje sa 2009. godinom, u kojoj se donosi Akcioni plan za smanjenje gubitaka. U prve dve godine delovanja ovog plana smanjuju se gubici, da bi se u narednoj 2011. godini povećali do rekordnih 19,96%.

Pošto trend izražava osnovnu razvojnu tendenciju, treba ga izraziti pogodnom funkcijom vremena. Ako se apstrahuje ciklična komponenta, aditivni model vremenske pojave sa trendom je:

$$Y = \widehat{Y} + u\,, \tag{14}$$

gde su:
Y – vremenska pojava sa svojim realizacijama $Y_1, Y_2, ..., Y_n$
$\hat{Y}$ – neka nepoznata funkcija vremena sa kojom se određuje veličina pojave u vremenu i
u – slučajna veličina

Za datu vremensku seriju prema Tabeli 1, dobijaju se regresionih modeli (linije) metodom najmanjih kvadrata u vidu:

a) linearne zavisnosti

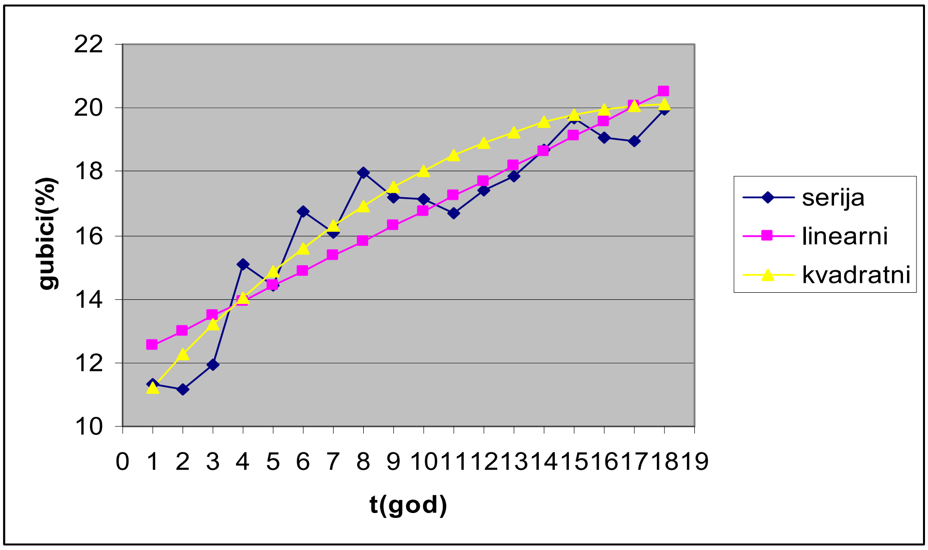
$$\hat{Y}_t = 12{,}058 + 0{,}4703 \cdot t\,, \tag{15}$$

sa koeficijentom korelacije r = 0,8404 i standardnom greškom ocene funkcije linearnog trenda $s_{\hat{Y}_t} = 1{,}063$.

b) polinoma drugog stepena

$$\hat{Y}_t = -0{,}0288 \cdot t^2 + 1{,}0168 \cdot t + 10{,}236\,, \tag{16}$$

sa koeficijentom korelacije r = 0,9075 i standardnom greškom ocene funkcije paraboličnog trenda $s_{\hat{Y}_t} = 0{,}809$.



Sl. 3 – Regresione linije prema relacijama (15) i (16)

S obzirom na odgovarajuće vrednosti koeficijenata korelacije i standardnih grešaka ocene funkcija trenda, usvaja se polinomni regresioni model drugog stepena, prema relaciji (16).

PROGNOZA VREMENSKE SERIJE

Cilj analize vremenskie serije je i prognoziranje budućeg toka posmatrane pojave sa što manjom greškom prognoze.

Srednja kvadratna greška (nadalje *SKG*) nalazi se prema relaciji:

$$SKG = s^2 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(Y_t - \hat{Y}_t)^2 \ , \tag{17}$$

gde je *T* broj parova stvarnih i prognoziranih vrednosti.

Često u vremenskoj seriji postoje (značajne) fluktuacije. One se mogu izbeći izravnanjem serije pomoću formiranja pokretnih sredina. Ipak, jači osnov za primenu metoda izravnanja serije je korišćenje izravnanja za potrebe prognoziranja budućih vrednosti serije.

Jedan od načina prognoziranja zasniva se na **ekstrapolaciji trenda**.

Osnovna pretpostavka za ovaj način prognoze je da će svi faktori koji su delovali na članove serije u prošlosti delovati i u budućnosti na isti način, u istom smeru, približno istim intenzitetom i bez značajnijeg uticaja novih faktora. Pošto se ponašanje pojave praktično mehanički prenosi iz prethodnog u budući period, treba imati u vidu da se ovaj metod prognoze može koristiti samo u bliskoj budućnosti od nekoliko godina. Istovremeno, praćena pojava treba da pokazuje stabilan razvojni trend, odnosno da nema nagle i neočekivane zaokrete u razvoju.

Za potrebe prognoze, izravnanje serije se sprovodi tako što se izračunata pokretna sredina ne pridružuje središnjem originalnom podatku, već se koristi kao prognozna vrednost za prvi naredni period. Izbor broja članova grupe na osnovu koje se formira pokretna sredina je subjektivan.

Ako se sa $M = 2m+1$ označi broj članova pokretnog proseka, gde je $m = 1,2,...$, a t vreme prognoziranja, prognostički izraz F_{t+1} jednostavnih pokretnih sredina za jednan period unapred je:

$$F_{t+1} = \frac{Y_t + Y_{t-1} + \ldots + Y_{t-M+1}}{M} \ . \tag{18}$$

Na ovaj način se prognozirana vrednost za prvu narednu godinu, van godina niza, računa prema vrednosti: F_{19} = 19,42%, sa *SKG* = 2,41 i *M* = 4.

Ovaj način formiranja sredina odgovara serijama kod kojih nije izražen trend, pa se za potrebe izravnanja serija sa trendom formiraju izvedene pokretne sredine, odnosno **pokretne sredine pokretnih sredina.** Članove serije sa jednostavnim (jednostrukim) pokretnim sredinama S_t' možemo definisati sa:

$$S_t' = \frac{Y_t + Y_{t-1} + ... + Y_{t-M+1}}{M} \ . \tag{19}$$

Članovi pokretnih sredina S_t'', formirani od članova pokretnih sredina S_t', računaju se prema:

$$S_t'' = \frac{S_t' + S_{t-1}' + \ldots + S_{t-M+1}'}{M} \ . \tag{20}$$

Na osnovu prethodnih relacija može se formirati pokretna sredina izražena preko:

$$F_{t+\tau} = a_t + \tau \cdot b_t \ , \tag{21}$$

gde je:

$$a_t = 2S_t' - S_t'' \quad \text{i} \quad b_t = \frac{2}{M-1}(S_t' - S_t'') . \tag{22}$$

Konačno, za usvojenu vrednost M = 5, sa nađenim vrednostima a_{18} = 20,155, b_{18} = 0,526 i za τ = 1 prognozirana vrednost gubitaka bi bila u 2012. godini F_{19} = 20,68%, uz SKG = 0,88.

U slučaju prisutnog trenda u seriji, mogu se proste pokretne sredine koristiti i za potrebe prognoze ukoliko se koristi metoda ponderisanih pokretnih sredina. Ovde je usvojeno **izravnanje pomoću petogodišnjih pokretnih sredina** čiji se članovi Y_t (za t $\neq$ 1, 2, t–1, t) formiraju **prema polinomu drugog stepena** po relaciji [3, 4]:

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_t &= a_0 + a_1 t + a_2 t^2 = \frac{1}{35}(-3Y_{t-2} + 12Y_{t-1} + 17Y_t + 12Y_{t+1} - 3Y_{t+1}) + \\ &+ \frac{1}{10} \cdot t \cdot (-2Y_{t-2} - Y_{t-1} + Y_{t+1} + 2Y_{t+2}) + \frac{1}{14} \cdot t^2 \cdot (2Y_{t-2} - Y_{t-1} - 2Y_t - Y_{t+1} + 2Y_{t+2})\end{aligned} . \tag{23}$$

Izvršena je i procena prva dva i poslednja dva člana izravnate serije prema relacijama:

$$\tilde{Y}_1 = \frac{1}{35}(31Y_1 + 9Y_2 - 3Y_3 - 5Y_4 + 3Y_5) , \tag{24}$$

$$\tilde{Y}_2 = \frac{1}{35}(9Y_1 + 13Y_2 + 12Y_3 + 6Y_4 - 5Y_5) , \tag{25}$$

$$\tilde{Y}_{n-1} = \frac{1}{35}(-5Y_{n-4} + 6Y_{n-3} + 12Y_{n-2} + 13Y_{n-1} + 9Y_n) , \tag{26}$$

$$\tilde{Y}_n = \frac{1}{35}(3Y_{n-4} - 5Y_{n-3} - 3Y_{n-2} + 9Y_{n-1} + 31Y_n) , \tag{27}$$

Za analiziranu seriju, nakon izravnanja dobija se regresiona linija:

$$Y_t = 10{,}64 + 1{,}0514 \cdot t - 0{,}0311 \cdot t^2 , \tag{28}$$

i za t = 19 dobije se prognoza za 2012. godinu ili F_{19} = 18,91% uz SKG = 0,66.

Izložiće se i metoda za eksponencijalno izravnanje vremenske serije korišćenjem adaptivnih pokretnih sredina.

Za razliku od izravnanja serija metodom pokretnih sredina kod koga se izravnanje fiksira na sredinu posmatranih intervala, **kod eksponencijalnog izravnanja** se veći značaj daje „mlađim“ podacima serije. Matematička formulacija za izravnanje serije $Y_1, Y_2, ..., Y_n$ u vremenu t je:

$$\overline{Y}_t = F_t = a \cdot Y_t + (1-a)F_{t-1} , \tag{29}$$

gde je sa F_{t-1} označena izravnata vrednost za vreme t–1.

Prema gornjoj relaciji parametar a je fiksiran u vremenu i vezan za početni član serije. Ovaj model se može modifikovati tako što se dozvoljava parametru a da se menja sa vremenom, tj. $a = a_t$. Za potrebe prognoze, odnosno za t=n+1 dobija se prognozirana vrednost:

$$\hat{Y}_{n+1} = F_{t+1} = a \cdot Y_t + (1-a) \cdot F_t . \tag{30}$$

Za n=18 i vrednost a=0,8 za koju se ima najmanja srednje kvadratna greška, dobija se prognozirana vrednost gubitaka za 2012. godinu od 19,613% sa SKG = 1,427.

U radu je izvršena prognoza i pomoću **Braunovog modela eksponencijalnog izravnanja čiji linearni model** podrazumeva dvostruko eksponencijalno izravnanje [10]:

$$F_t = a \cdot Y_t + (1-a) \cdot F_{t-1} \tag{31}$$

$$V_t = a \cdot F_t + (1-a) \cdot V_{t-1} \tag{32}$$

a vrednost prognoze za τ perioda unapred, nalazi se prema:

$$\hat{Y}_{t+h} = a_t + b_t \tau , \tag{33}$$

gde je:

$$a_t = 2F_t - V_t \quad \text{i} \quad b_t = \frac{a}{1-a} \cdot (F_t - V_t) . \tag{34}$$

Kod **Braunovog modela drugog stepena**, pored dva eksponencijalna izravnanja prema (31) i (32), formira se i treće prema:

$$Z_t = a \cdot V_t + (1-a) \cdot Z_{t-1} , \tag{35}$$

a vrednost prognoze za τ perioda unapred nalazi se prema:

$$\hat{Y}_{t+h} = a_t + b_t \tau + c_t \cdot \frac{\tau^2}{2} , \tag{36}$$

$$\begin{aligned} a_t &= 3F_t - 3V_t + Z_t \\ b_t &= \frac{a}{2(1-a)^2} \left[(6-5a)F_t - (10-8a)V_t + (4-3a)Z_t \right], \\ c_t &= \left(\frac{a}{1-a} \right)^2 (F_t - 2V_t + Z_t) \end{aligned} \tag{37}$$

Izbor prognozirane vrednosti vrši se prema onoj vrednosti *a* za koju se ima najmanja srednja kvadratna greška *SKG*.

Tako je za linearan Braunov model za 2012. godinu $\hat{Y}_{19}$ = 20,73%, uz *a* = 0,9 i *SKG* ≈ 0, dok je za Braunov model drugog stepena $\hat{Y}_{19}$ = 20,74%, uz takođe *a* = 0,7 i *SKG* ≈ 0.

Ističe se i stav Kendala [3] da vremenske serije koje imaju karakteristike koje su analizirane i nađene na posmatranoj seriji gubitaka treba prognozirati prema modificiranom Braunovom modelu. Prema [10], Braunovi modeli nemaju čvrstu teorijsku podlogu, pa se i ne koriste mnogo. U konkretnom slučaju, oni daju najveće prognozirane vrednosti.

Kada je u seriju prisutan trend, ali nije sezonski, može se primeniti i **Holt-ov model**. Obzirom da se posmatraju godišnji gubici, a nema cikličnih varijacija, može se koristiti i ovaj model:

$$S_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_t) \tag{38}$$

$$b_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta) b_{t-1} \tag{39}$$

$$F(t+\tau) = s_t + \tau \cdot b_t \tag{40}$$

Izravnanje preko (38) odgovara srednjoj vrednosti, a izravnanje preko (39) trendu. Zamera se ovoj metodi da ponekad daje veće vrednosti prognoze, a u slučaju posmatrane serije je *F*(19) = 20,25%, uz α = 0,9, β = 0,3 i *SKG* = 6,2.

Za vremenske serije koje ispunjavaju uslove stacionarnosti, za prognozu se mogu koristiti autoregresivni modeli (AR), modeli pokretnih sredina (MA) i autoregresivni modeli pokretnih sredina

(ARMA). S obzirom, da razmatrana vremenska serija ne ispunjava uslove stacionarnosti, ovaj način prognoze nije u radu razmatran.

ZAKLJUČAK

Postavljena nulta hipoteza o slučajnosti (članovi serije su medjusobno nezavisni) nije dokazana. Dokazana je time alternativna hipoteza da postoji neslučajna komponenta odnosno da postoji neka zavisnost između podataka u seriji.

Procentualni relativni gubici električne energije i na mesečnom nivou i na nivou mesečnog kumulativa u godini, raspodeljuju se po zakonu normalne raspodele.

Razmatrana vremenska serija gubitaka ne može se smatrati slabostacionarnim slučajnim procesom. Vremenska serija godišnjih gubitaka, razmatrana u ovom radu ne sadrži cikličnu komponentu.

Usvaja se regresioni model u vidu polinoma drugog stepena, jer je precizniji od linearnog.

Iako vremenska serija pokriva relativno kratko vreme, razlikuju se čak četiri karakteristična perioda. U prva dva, po redosledu, jače su delovali opisani faktori koji povećavaju gubitke. U druga dva perioda je prisutno naizmenično smenjivanje dominacije faktora koji deluju na povećanje i onih koji deluju na smanjenje gubitaka.

Prema nabrojanim modelima, uočava se disperzija prognoziranih gubitaka u 2012. godini tako da su iskazani gubici u 2011. godini u sredini opsega u kome se nalaze prognozirane vrednosti. Očigledno je da značajan porast gubitaka u prethodnoj godini (19,96%) doprinosi ovakvoj slici. Model sa izvedenim pokretnim sredinama, linearni i model drugog stepena Brauna, kao i Holtov model najavljuju dalje povećanje gubitaka. Imajući u vidu date komentare u vezi Braunovih modela i Holtovog modela, autori se odlučuju da dadu prednost modelu sa ekstrapolacijom trenda, modelu izravnanja pomoću petogodišnjih pokretnih sredina i modelu eksponencijalnog izravnanja koji prognoziraju smanjenje gubitaka. Ipak,smanjenje gubitaka može da se očekuje samo ako se poboljša narušen odnos (u prethodnoj godini) faktora koji utiču na smanjenje gubitaka i onih faktora koji utiču na povećanje gubitaka.

LITERATURA

1. Bošković O., Dragutinović-Mitrović R., 2010, „Osnovi statističke analize: Analiza vremenskih serija“, “Čuruga print“, Beograd.

2. Bojković T., Lončarević F., Kujović S., 2002, „Proračun gubitaka električne energije u elektrodistributivnoj mreži Srbije“, “CIRED“, Vrnjačka banja.

3. Kendall M., 1970, „Time-series“, „Charles Griffin & Company“, London.

4. Mališić J., Jevremović V., 2008, „Slučajni procesi i vremenske serije“, „Univerzitet u Beogradu“, „Matematički fakultet“, Beograd.

5. Popović B., Blagojević B., 1999, „Matematička statistika sa primenama u hidrotehnici“, „Izdavačka jedinica Univerziteta u Nišu“, Niš.

6. Ventcelj E. S., Ovčarov L. A., 1991, „Teorija slučajnih procesa i njeni inženjerski prilozi“, „Nauka“, Moskva.

7. Vranić V., 1971, „Vjerojatnost i statistika“, „Tehnička knjiga“, Zagreb.

8. Jovanović-Doleček G., 1987, „Slučajne varijable i procesi u telekomunikacijama“, „Svjetlost“, Sarajevo.

9. Šošić I., Serdar V., 1997, „Uvod u statistiku“, „Školska knjiga“, Zagreb.

10. Marić N., 1991, „Modeliranje vremenskih serija“, „Savezni zavod za statistiku“, Beograd.